



“ Una stessa cosa ”. Come intendere la definizione della continuità di Aristotele, Fisica V.3, 227a10-12 ?

Marco Panza

► To cite this version:

Marco Panza. “ Una stessa cosa ”. Come intendere la definizione della continuità di Aristotele, Fisica V.3, 227a10-12 ?. D. Generali. Le Radici della razionalità critica : saperi, pratiche, teleologie. Studi offerti a Fabio Minazzi, Mimesis, pp. 715-728, 2015. halshs-01249019

HAL Id: halshs-01249019

<https://shs.hal.science/halshs-01249019>

Submitted on 29 Dec 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

«Una stessa cosa».
Come intendere la definizione della continuità di Aristotele,
Fisica V.3, 227a10-12 ?
Marco Panza

Secondo Aristotele, il primo movimento [κίνησις] è necessario, eterno e continuo. È plausibile sostenere che, per Aristotele, nessun movimento necessario possa non essere eterno, e nessun movimento necessario e eterno possa non essere continuo. Ho cercato di argomentare a favore di questa lettura, nel capitolo 2 di un libro scritto molto tempo fa (Panza 1989), in un'epoca, tuttavia, in cui la mia amicizia con Fabio data già di parecchi anni.

Non avrei lo spazio qui per tornare su questa difficile questione, presa nel suo insieme. Mi accontenterò di tornare su di un aspetto molto specifico di essa: uno fra quelli su cui sono già tornato una volta, poco dopo la pubblicazione di quel libro, sia pure in un contesto molto più generale (Panza 1992).

In questa seconda occasione, il mio intento principale è stato quello di confrontare due concezioni radicalmente distinte della continuità: quella ispirata da Aristotele, e, a mio parere, vigente in maniera incontrastata fino alla metà del XIX secolo, e ribadita anche in quell'epoca, fra gli altri, da C.S. Peirce, e quella legata alla concettualizzazione insiemistica del continuo, originatasi dai lavori di R. Dedekind e G. Cantor, che è oggi generalmente accettata, anche se non manca chi prospetta concezioni alternative, che, per alcuni versi, si richiamano ancora alle idee di Aristotele (Helmann e Shapiro, 2012 e 2013).

Quello che invece vorrei fare ora è concentrare la mia attenzione sulla definizione della continuità che Aristotele avanza in *Fisica*, V.3, e confrontare due modi diversi di intenderla, uno dei quali, si comprenderà, mi pare più soddisfacente dell'altro.

Prima di entrare nel merito di tale definizione, è tuttavia opportuno fare due osservazioni preliminari.

Occorre notare innanzitutto che il solo fatto di descrivere quella che Aristotele fornisce in *Fisica* V.3 come una definizione della continuità dipende già da una interpretazione tutt'altro che scontata. Aristotele comincia *Fisica* V.3 così: «Dopo tali cose, diciamo che cosa è [λέγωμεν τί ἐστίν] l'insieme e il separato [τὸ ἅμα καὶ χωρίς], l'<essere> in contatto [τὸ ἄπτεσθαι], l'intermedio [τὸ μεταξύ], il consecutivo [τὸ ἐφεξῆς] il contiguo e il continuo [τὸ ἐχόμενον καὶ συνεχές]» (*Fisica* 226b18-20; le traduzioni dei passi di Aristotele che proporrò qui sono tutte mie, anche se meditate sulla base del confronto di molte traduzioni attestate in italiano, latino, inglese e francese, sulla cui discussione non avrò modo di soffermarmi). Poi, prima di presentare la definizione che ci interessa qui, l'ultima della serie, osserva che «il continuo [τὸ συνεχές] da una parte è propriamente un certo contiguo [ὅπερ ἐχόμενον τι]» (*Fisica* 227a10), ciò che si interpreta usualmente come l'affermazione che «il continuo è una specie del contiguo» (Ross 1936, p. 397). E introduce questa definizione così: «io dico però che è continuo quando [λέγω δ' εἶναι συνεχές

ὅταν]...» (*Fisica* 227a11). Ci si potrebbe quindi chiedere che cosa voglia definire Aristotele: il continuo, inteso come un oggetto *sui generis*, o la proprietà di essere continuo, la continuità? Nei lavori che ho citato sopra ho argomentato a favore della seconda opzione: l'aggettivo neutro 'τό συνεχές' non deve essere inteso come un aggettivo sostantivato atto a designare un oggetto, ma come un predicato che designa la proprietà di essere continuo che è propria di certi oggetti o eventi, in particolare di certi movimenti (o, piuttosto, del movimento, quando questo è, appunto, un solo movimento). Questo marca già una differenza profonda con la concezione matematica moderna: per Aristotele non vi è nulla come il continuo in sé, così come vi è per noi, o almeno per quelli di noi che sono avvezzi alla teoria degli insiemi e al modo di ragionare che essa promuove. Non insisterò tuttavia qui su questo punto. Mi basta averlo messo in chiaro.

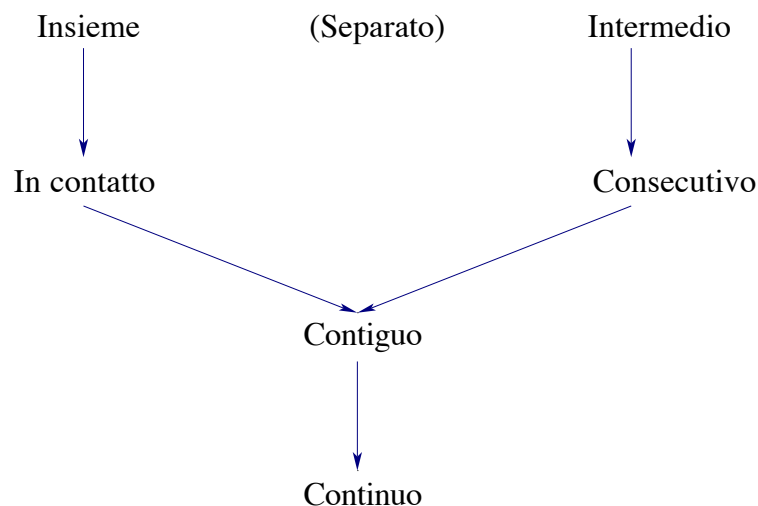
Va poi osservato che non è neppure scontato che quella di *Fisica* V.3 sia la definizione della continuità che Aristotele intende avanzare nella *Fisica*, ovvero che essa debba intendersi come una definizione e che essa sia la sola che si trova nella *Fisica*.

In un passo molto noto e discusso di *Fisica* VI.1, Aristotele sostiene che «è impossibile che un continuo sia <composto> da indivisibili [ἐξ ἀδιαίρετων]» (*Fisica* 231a24) e che «ogni continuo è divisibile in <parti> sempre divisibili [διαίρετόν εἰς αἰεὶ διαίρετά]» (*Fisica* 231b16). Spesso questa è stata intesa come la (o almeno una) definizione della continuità (o del continuo) che Aristotele offre nella *Fisica*. Il contesto immediato della prima affermazione mi sembra rendere tuttavia chiaro che non sia così. La frase completa è infatti questa: «Se continuo, in contatto e consecutivo sono come definiti in precedenza [ὡς διώρισται πρότερον], e continue sono le cose le cui estremità sono uno [συνεχῇ μὲν ὄν τὰ ἔσχατα ἓν][...], è impossibile che un continuo sia <composto> da indivisibili» (*Fisica* 231a21-24). Appare quindi perfettamente chiaro che Aristotele non intenda qui far altro che trarre una conseguenza da una definizione precedente, ovvero che egli si limita ad affermare che l'infinita (o indefinita) divisibilità sia una condizione necessaria per la continuità (ciò che appare a noi oggi come indiscutibilmente corretto), senza spingersi ad affermare che la prima sia anche una condizione sufficiente della seconda (ciò che apparirebbe a noi oggi come indiscutibilmente scorretto). La definizione a cui Aristotele si richiama sembra inoltre dover essere tale da poter essere rapidamente rammentata asserendo che il continuo è tale che le sue estremità sono uno. Vedremo più avanti che questo sembra proprio il caso della definizione di *Fisica* V.3. Lungi dall'offrire una definizione alternativa, Aristotele sembra quindi enunciare in *Fisica* VI.1 una conseguenza delle definizioni di *Fisica* V.3, ciò che suggerisce che Aristotele concepisca quest'ultima come la sua definizione della continuità, o almeno come la definizione che egli intende avanzare nella *Fisica*. E ciò è anche confermato dall'argomento (o gli argomenti) che Aristotele avanza subito dopo per supportare la sua affermazione, che tuttavia nonavrò modo di considerare qui.

Più oltre, in *Fisica*, VIII.6-8, Aristotele argomenta che il primo movimento è lo spostamento [φορά,] circolare, poiché il primo movimento è necessariamente

continuo, lo spostamento è primario rispetto a qualsiasi altra forma di movimento, e lo spostamento circolare può essere continuo, mentre altre forme di movimento non possono esserlo. Non avrò neppure modo qui, tranne che per un rapido accenno, di considerare gli argomenti piuttosto complessi che ho così rapidamente riassunto. Mi basterà dire che essi si adattano assai bene alla definizione di *Fisica* V.3, alla quale vorrei ora venire.

Come uno dei passaggi citati qui sopra rende già chiaro, questa definizione è l'ultima di una sequenza di sette definizioni. Le sei precedenti sono tutte definizioni di relazioni: cinque relazioni binarie — le relazioni di essere insieme, essere separati, essere in contatto, essere consecutivi, e essere contigui — e una relazione ternaria — la relazione di essere intermedio. Cinque fra queste definizioni formano, con l'aggiunta di quella di continuità, un albero che termina proprio con quest'ultima definizione:



Una freccia fra *a* e *b* indica che la definizione di *b* involve *a* e dipende, quindi, dalla sua definizione.

Per quanto la continuità non sia una relazione, questo procedimento permette ad Aristotele di definirla come proprietà di ciò che soddisfa una condizione relazionale. Ecco come la sequenza delle sue definizioni procede:

- «Dico dunque che sono insieme secondo il luogo le cose che sono in un unico luogo proprio» (*Fisica* 226b21-22).
- «Separate invece quelle che sono in un altro <luogo>» (*Fisica* 226b, 22-23);
- «In contatto poi quelle le cui estremità <sono> insieme» (*Fisica* 226b22-23).
- «Intermedio ciò a cui ciò che muta per natura in modo continuo [μεταβάλλει κατὰ φύσιν συνεχῶς] perviene prima <di pervenire> a ciò verso cui muta come ultimo» (*Fisica* 226b23-25), posto che «in modo continuo si muove [συνεχῶς δὲ κινεῖται] ciò che non lascia nulla o il minimo [ὀλίγιστον διαλεῖπον] della cosa [τοῦ πράγματος] [...] in cui si muove» (*Fisica* 226b27-30).

- «Consecutivo invece <si dice> di ciò per cui, essendo dopo l'inizio, per posizione, per forma, o secondo qualche altra <modalità> [ἢ θέσει ἢ εἶδει ἢ ἄλλῳ τινί] e determinato in questo modo, non c'è alcun intermedio dello stesso genere <a esso e a ciò> a cui è consecutivo» (*Fisica* 226b34-227b1).
- «Contiguo è ciò che essendo consecutivo è <anche> in contatto» (*Fisica* 227a6).
- «Il continuo [τό συνεχές] da una parte è propriamente un certo contiguo; io dico però che è continuo quando il limite <rispettivo> di ognuna di due <parti> in cui <queste parti> si toccano [τὸ ἐκατέρου πέρασ οἷς ἄπτονται] diventa una stessa <cosa> [ταὐτὸ γένηται], <o> come indica lo <stesso> nome, si tiene in congiunzione [συνέχεται]. Questo però non è tale quando le estremità [τοῖν ἐσχάτοις] sono due» (*Fisica* 227a10-13).

Il richiamo a «ciò che muta in modo continuo» nella definizione dell'intermedio fa nascere un sospetto di circolarità che Aristotele sembra però voler fugare definendo la condizione del muoversi «in modo continuo» in modo indipendente dalla successiva definizione di (essere) continuo. Questa non è tuttavia la sola difficoltà che, al di là del contenuto specifico delle definizioni, salta immediatamente all'occhio percorrendo queste ultime. Un'altra è la seguente: la definizione di (essere) in contatto si richiama all'essere insieme di due estremità; ma la definizione di (essere) insieme stabilisce solo come si debba intendere l'essere insieme secondo il luogo. Per evitare che la prima di queste definizioni risulti incompleta, sembrerebbe quindi che si debba supporre che essa si richiami non tanto alla condizione dell'essere insieme *tout court*, ma a quella dell'essere insieme secondo il luogo.

Risalendo l'albero delle definizioni a partire dalla definizione di (essere) contiguo, sembrerebbe allora che le cose debbano intendersi così: due cose sono contigue se le loro estremità sono nello stesso luogo proprio e non vi è nulla dello stesso genere a cui un certo mutamento che porta dall'una all'altra (la cui natura dipende dalla natura delle cose di cui è questione) perviene dopo essere pervenuto a una di esse e prima di pervenire all'altra.

Il minimo cui fa riferimento la definizione del muoversi in modo continuo sembra infatti doversi intendere come un'eventuale intervallo che potrebbe esserci nella cosa in cui avviene il movimento nel caso in cui quest'ultimo, per sua stessa natura, procedesse per scatti o salti, ovvero, lasciando, appunto, intervalli fra uno stato di questa cosa e quello che lo segue immediatamente. Un soggetto sottoposto a un tale movimento potrebbe ancora mutare in modo continuo, secondo questo stesso movimento, se esso mutasse comunque in modo tale da passare da ogni stato di quest'ultimo a quello che lo segue immediatamente. Così se il movimento in questione portasse dallo stato α allo stato β , poi da questo allo stato γ , tale soggetto muterebbe in modo continuo se passasse dallo stato α allo stato β , e da questo allo stato γ , e non, invece, direttamente, dallo stato α allo stato γ . Si immagini ora due cose le cui estremità τ e θ siano nello stesso luogo proprio (ovvero siano in contatto), e si consideri un mutamento, due stati del quale siano dati dall'essere di un appropriato soggetto rispettivamente in τ e in θ , supponendo

che il primo di tali stati venga prima del secondo in questo mutamento. Si immagini che tale mutamento realizzi un movimento che avviene in modo continuo nel senso fissato da Aristotele (ovvero che, per sua natura, esso non possa, per così dire, essere ulteriormente raffinato in modo da prevedere degli stati supplementari a quello che di fatto prevede). Potrebbe comunque essere il caso che tale mutamento sia tale da portare dallo stato di essere in τ a uno stato diverso da quello di essere in θ , per esempio allo stato di essere in σ , e solo più tardi allo stato di essere in θ , e che σ non sia nello stesso luogo proprio di τ e θ . In questo caso le due cose in questione sarebbero in contatto, ma le loro estremità non sarebbero consecutive, almeno relativamente a tale mutamento, e quindi queste cose non sarebbero contigue, relativamente a tale mutamento. L'essere nello stesso luogo proprio delle estremità di due cose (e quindi l'essere di queste cose in contatto) non è quindi una condizione sufficiente perché queste cose siano contigue. Nella definizione della contiguità, la condizione dell'essere consecutivo non è quindi pleonastica, a fronte di quella dell'essere in contatto.

L'esempio precedente non mostra tuttavia solo questo. Mostra anche che la prima fra queste condizioni è relativa a un certo mutamento, mentre la seconda ne sembra indipendente, ovvero sembra dipendere solo dal luogo proprio in cui sono le estremità delle cose considerate. A rigore, in base alle definizioni di Aristotele, mentre basta dire di due cose che sono in contatto per affermare che esse stanno fra loro in una certa relazione determinata, dire di esse che sono consecutive non sembra, invece, bastare per lo stesso scopo. Perché la relazione che si intende assegnare a esse sia determinata, occorre anche dire relativamente a quale mutamento esse sono consecutive. Invece di dire che sono consecutive, si dovrebbe quindi dire che esse sono consecutive $_{\mu}$, ovvero consecutive relativamente al mutamento μ . Allo stesso modo, e per la stessa ragione, per assegnare a due cose una relazione determinata non basta dire, in base alla definizione di Aristotele, che esse sono contigue. Si dovrebbe dire che esse sono contigue $_{\mu}$, ovvero tali che le loro estremità sono in contatto e consecutive $_{\mu}$.

Veniamo ora all'ultima definizione, quella di (essere) continuo. Essa sembra applicarsi solo alle cose che hanno parti. Non solo, essa sembra anche richiedere che tali parti possano essere considerate consecutive, ovvero che esse vengano le une dopo le altre secondo un certo ordine lineare, dettato da un certo mutamento μ , la cui natura dipende, presumibilmente, dalla natura di queste parti (e del tutto corrispondente). Quest'ultima condizione porrebbe tuttavia non essere letta come una restrizione del dominio a cui la definizione si applica, ma piuttosto come una condizione necessaria per la continuità: si potrebbe sostenere che, secondo questa definizione, una cosa che ha parti è continua solo se queste parti possono venir ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento μ , ovvero solo se esiste un certo mutamento μ che le ordina linearmente.

Si potrebbe allora dire che, in accordo con questa definizione, una cosa che ha parti è continua $_{\mu}$, se e solo se le sue parti possono venire ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento μ , e, una volta che sono così ordinate, ogni due

parti consecutive_μ sono anche contigue_μ, ovvero sono tali che le loro estremità sono in contatto, e che queste estremità diventano una stessa cosa. Oppure che una cosa che ha parti è (assolutamente) continua quando le sue parti possono venire ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento μ (ovvero quando vi è almeno un mutamento μ in accordo al quale le sue parti possono essere così ordinate), e quale che sia il modo in cui sono così ordinate (ovvero quale che sia il mutamento μ scelto a questo scopo), ogni due parti consecutive_μ sono come detto sopra. Vedremo tuttavia che le cose potrebbero andare un po' diversamente.

Cominciamo con il chiederci che cosa significa che due cose che sono in contatto divengono una stessa cosa? La considerazione di un passaggio citato sopra, tratto da *Fisica* VI.1 (231a22), suggerisce di rispondere così: due cose che sono in contatto divengono una stessa cosa quando cessano di essere solo ἄμα, e diventano anche ἓν. Lo stesso suggerimento viene anche dal modo in cui Aristotele commenta la sua definizione, subito dopo averla data: «Una volta che questo è stato <così> definito, risulta evidente che il continuo <è> in quelle cose dalle quali si genera per natura una certa cosa unica per congiunzione [τὸ συνεχές, ἐξ ὧν ἓν τι πέφυκε γίνεσθαι κατὰ τὴν σύναψιν]» (*Fisica* 227a13-15). Così W.D. Ross ha proposto di parafrasare la definizione di Aristotele dicendo che «una cosa è continua quando gli estremi convergenti delle sue parti non sono meramente ἄμα, ma sono ἓν» (Ross 1936, p. 69; cf. anche Düring 1966, p. 325).

Questa risposta non sembra tuttavia far altro che spostare il problema. Essa presenta, infatti, almeno due difficoltà. Finora non abbiamo preso in conto ciò che Aristotele considera essere un luogo proprio. Per vedere queste difficoltà occorre farlo: per Aristotele «il luogo è ciò che come primo comprende ciò di cui è luogo, e non è niente della cosa, [μηδὲν τοῦ πράγματος], inoltre quello proprio non è né più piccolo né più grande <di ciò che comprende>» (*Fisica* 210b34-211a). Sembra quindi chiaro che per Aristotele, essere in uno stesso luogo proprio, ovvero essere insieme, significa occupare esattamente la stessa porzione di spazio. Le difficoltà sono allora le seguenti.

a) Se le cose stanno così, la definizione di (essere) insieme, e quindi quelle di (essere) in contatto e di (essere) contiguo si applicano solo a cose che hanno una collocazione spaziale e riguardano queste cose solo per il loro avere tale collocazione. Di conseguenza, anche la definizione della continuità ha un'applicazione ristretta: essa riguarda solo cose che hanno parti che hanno una collocazione spaziale e hanno delle estremità in relazione a tale collocazione, e riguarda queste cose solo sotto l'aspetto della collocazione spaziale delle loro parti e delle estremità di queste parti, intese in relazione a tale collocazione. Ciò suggerisce che anche l'ordine lineare di tali parti debba intendersi come un ordine spaziale e i mutamenti che lo determinano debbano intendersi solo come movimenti nello spazio, ovvero come movimenti nel senso moderno di tale termine, piuttosto che in quello, più largo, della κίνησις di Aristotele. Il problema con queste restrizioni è che esse sembrano rendere impossibile applicare la definizione della continuità a ciò a

cui Aristotele intende invece primariamente applicarla, ovvero al movimento stesso (nel senso della κίνησις), e, in particolare allo spostamento (la φορά), a meno che non si voglia meramente intendere che uno spostamento è continuo quando lo è la sua traiettoria, il che non corrisponde affatto al modo in cui Aristotele ragiona in *Fisica* VIII, 6-8.

b) Quando la definizione di (essere) insieme secondo il luogo viene confrontata con quella di luogo proprio diventa difficile comprendere come delle cose distinte, ovvero delle cose che non sono uno (ἓν) possano essere insieme (ἄμα) secondo il luogo.

Cominciamo con il considerare la difficoltà (b). Ross ha suggerito due possibili soluzioni (per un resoconto di altre interpretazioni classiche, cf. Heath 1949, pp. 122-123):

b'.i) «una cosa che occupa un luogo [proprio] può essere due cose nel senso che essa assolve a due funzioni. Così le estremità di due linee che si incontrano possono essere dette essere ἄμα, ma questo significa solo che un [solo] punto funge da estremità delle due linee» (Ross 1936, p. 627). In altri termini, due cose distinte sono insieme secondo il luogo (ovvero sono ἄμα senza essere ἓν) se sono numericamente la stessa cosa considerata per due funzioni distinte che essa assolve.

b'.ii) due cose numericamente distinte sono insieme secondo il luogo «se sono in un luogo [proprio] che non contiene null'altro se non *queste due cose*, ovvero dove non vi è nulla fra loro» (*ibid.*).

Secondo la soluzione (b'.i), la condizione di essere ἓν è una condizione che una cosa x e una cosa y che sono ἄμα, ovvero sono in uno stesso luogo proprio, e sono quindi numericamente una sola cosa (ovvero sono tali che x è identico a y), possono tanto soddisfare che non soddisfare in quanto potrebbe essere tanto il caso che si realizza una qualche distinzione funzionale, ciò che farebbe sì che x e y siano ἄμα, ma non ἓν, quanto il caso che non si realizza (o meglio non può realizzarsi) alcuna distinzione funzionale, ciò che farebbe sì che x e y non siano solo ἄμα, ma anche ἓν. Ne seguirebbe che una cosa che ha parti è continua_μ se e solo se le sue parti possono venire ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento $μ$, e, una volta che sono così ordinate, ogni due parti consecutive_μ sono anche contigue_μ, ovvero le loro estremità sono in contatto, e sono tali che queste estremità non possono essere distinte funzionalmente in alcun modo. Oppure che una cosa che ha parti è (assolutamente) continua quando le sue parti possono venire ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento $μ$, e quale che sia il modo in cui sono così ordinate (ovvero quale che sia il mutamento $μ$ scelto a questo scopo), ogni due parti consecutive_μ sono come detto sopra. È tuttavia facile vedere che se le parti in questione sono attuali, questo non può aver luogo: le estremità di due parti attuali sono infatti, per definizione, funzionalmente distinte, in quanto, appunto, estremità di tali due parti; quindi se anche fossero ἄμα (ovvero fossero numericamente una sola cosa) non potrebbero essere ἓν. Potremmo concludere che la soluzione (b'.i) è inappropriata, in quanto, in base a essa, nulla

potrebbe essere continuo in accordo con la definizione di Aristotele. Ma potremmo anche scegliere una strada diversa e pensare tale soluzione suggerisca di intendere la definizione di Aristotele come una sorta di definizione per riduzione all'assurdo: una cosa che ha parti sarebbe continua solo se essa non ha parti attuali, ovvero solo se queste parti sono meramente potenziali. Tornerò in modo più preciso su questa opzione più oltre.

Prima di farlo, consideriamo la soluzione (*b'.ii*). Secondo tale soluzione la condizione di essere $\dot{\epsilon}\nu$ è una condizione che una cosa x e una cosa y che sono $\acute{\alpha}\mu\alpha$, ovvero sono in uno stesso luogo proprio, possono tanto soddisfare che non soddisfare in quanto potrebbe essere tanto il caso che esse non siano numericamente una sola cosa, pur essendo nello stesso luogo proprio, il quale non conterrebbe, allora, null'altro se non queste due cose, ciò che farebbe sì che x e y siano $\acute{\alpha}\mu\alpha$, ma non $\dot{\epsilon}\nu$, quanto il caso che esse siano numericamente una sola cosa (ovvero siano tali che x è identico a y), ciò che farebbe sì che x e y non siano solo $\acute{\alpha}\mu\alpha$, ma anche $\dot{\epsilon}\nu$. Ne seguirebbe che una cosa che ha parti è continua $_{\mu}$ se e solo se le sue parti possono venire ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento μ , e, una volta che sono così ordinate, ogni due parti consecutive $_{\mu}$ sono anche contigue $_{\mu}$, ovvero le loro estremità sono in contatto, e tali che queste estremità sono numericamente una sola cosa, ovvero queste parti condividono una estremità. Oppure che una cosa che ha parti è (assolutamente) continua quando le sue parti possono venire ordinate linearmente in accordo a un certo mutamento μ , e quale che sia il modo in cui sono così ordinate (ovvero quale che sia il mutamento μ scelto a questo scopo), ogni due parti consecutive $_{\mu}$ sono come detto sopra.

Entrambe le soluzioni suggeriscono un modo per generalizzare la definizione di Aristotele in modo da risolvere la difficoltà (*a*). Si tratta semplicemente di riformulare le definizioni suggerite qui sopra in modo indipendente dalla considerazione di un luogo proprio.

a'.i) La soluzione (*b'.i*) suggerisce un modo di generalizzare la definizione che permette di renderla indipendente dalla natura tanto del soggetto di cui è questione, quanto delle sue parti, così come dal modo in cui queste sono ordinate: si dirà che una cosa è continua se e solo se non ha parti attuali ma può (in qualche modo appropriato) essere divisa in parti, e può esserlo in tal modo che, ogni volta che lo è, queste parti possono essere linearmente ordinate (in altri termini, una cosa è continua se e solo se non ha parti attuali ma ha parti potenziali e queste parti, se rese attuali, possono sempre essere linearmente ordinate).

a'.ii) La soluzione (*b'.ii*) suggerisce invece di generalizzare la definizione in modo da renderla indipendente dalla natura tanto del soggetto di cui è questione, quanto delle sue parti, ma non dal modo in cui esse sono, o possono essere ordinate: si dirà che una cosa che ha parti è continua, rispetto a un certo ordine lineare di tali parti, se e solo se le parti che sono consecutive secondo tale ordine hanno un'estremità in comune; oppure che una cosa che ha parti è (assolutamente) continua se e solo se queste parti possono essere

ordinate linearmente, e, quale che sia il modo in cui lo sono, le parti che sono consecutive secondo l'ordine stabilito hanno un'estremità in comune.

Certo occorrere ancora stabilire che cosa sia un ordine lineare e come le parti (attuali) di un certo soggetto possano venire ordinate linearmente, ma non sembra che questo debba necessariamente dipendere dall'attribuzione a questo soggetto e alle sue parti di una collocazione spaziale e riguardare solo tale collocazione.

D. Bostok ha invece suggerito di intendere la definizione di Aristotele come segue: «un continuo è ogni cosa che [...] può essere divisa in due parti, e [...] è tale che ogni due parti in cui essa è divisa devono condividere un limite» (Bostok 1991, p. 183, o p. 162 della re-edizione del 2006; Bostok usa il termine 'limite [*limit*]' per riferirsi a quello che io chiamo 'estremità', e che Aristotele chiama in diversi modi: 'ἄκρᾱ', 'πέρας', 'ἔσχατος': cf. *ibid.*, nota 4, p. 159 o 181). Questo sembra però implausibile. Supponiamo di aver spezzato un ramo di un albero in due. Abbiamo così diviso il ramo in due parti che non condividono un limite (o estremità). Dobbiamo considerare che questo è sufficiente per concludere che il ramo non era continuo anche prima di essere stato spezzato? Sembra difficile ammetterlo. Al contrario sembra ovvio che se il ramo, così come ogni altra cosa, è continuo, lo è in ottemperanza a una proprietà che esso ha prima di essere diviso. Si potrebbe controbattere che se il ramo è continuo, allora spezzarlo in due non è un modo lecito per dividerlo in due parti, posto che i due pezzi in cui è stato spezzato non sono più, propriamente, delle parti di esso. Ma allora la sua continuità non dipenderebbe da una relazione fra (i limiti o estremità delle) sue parti, ma piuttosto da una proprietà che fa sì che spezzarlo in due non sia un modo lecito per dividerlo in due parti. E si tratterebbe allora di spiegare, in generale (ovvero non solo per il ramo o alte cose simili) tale proprietà.

Supponiamo allora che qualcosa abbia delle parti attuali. Secondo la definizione (*a'.i*), essa non è certamente continua. Secondo la definizione (*a'.ii*), essa lo potrebbe essere, invece. Questo sembra essere tuttavia in contrasto con ciò che Aristotele sostiene in *Fisica*, VIII.8 quando dice che solo uno spostamento circolare può essere continuo in quanto non cambia mai direzione (*Fisica*, 264b9-13).

La nozione aristotelica e non inerziale di direzione è certamente diversa dalla nostra, che è invece inerziale. È ciò che gli permette di asserire una cosa che per noi è ovviamente falsa, ovvero che un moto circolare non cambia mai direzione. Ma sembra ovvio che, per noi come per lui, uno spostamento lungo una traiettoria che presenta un angolo rettilineo cambia direzione nel vertice di tale angolo. Aristotele sembra quindi implicare che questo è sufficiente per concludere che tale spostamento è discontinuo. In *Fisica*, 262a12-b.8, egli argomenta che degli spostamenti rettilinei che ritornano su se stessi dopo essere arrivati all'estremo di un segmento che percorrono, necessariamente si arrestano in questo estremo, e sono per questo discontinui, in quanto, sembrerebbe doversi intendere se si accettasse la definizione (*a'.ii*), l'istante di tempo in cui il (o un) moto si arresta è distinto da quello in cui il (o un altro) moto (ri)comincia (un argomento che parrebbe evocare pericolosamente una concezione indivisibilista del tempo che Aristotele sembra, invece, rigettare altrove). In *Fisica*, 264a9-22, egli presenta un

argomento diverso per la stessa conclusione, che sembrerebbe però potersi applicare anche al caso di spostamenti rettilinei lungo traiettorie che presentano angoli, ma che pure non ritornano su se stessi. Adattato a questo caso l'argomento sembrerebbe dover essere questo: uno spostamento a tratti rettilineo che fosse continuo e che andasse prima da A verso B, poi da B verso Γ (con A, B, Γ tre punti non collineari) dovrebbe, prima di arrivare in B andare da A sia verso B che verso Γ ; se non lo facesse dovrebbe arrestarsi in B e non potrebbe quindi essere continuo; ma esso non può farlo perché essere diretto verso B è una determinazione diversa da essere diretto verso Γ .

Questo potrebbe aggiustare le cose in favore della definizione (*a'.ii*) nel caso di spostamenti rettilinei a tratti (a patto, tuttavia, di accettare una concezione indivisibilista del tempo, come detto sopra).

Ma che dire di spostamenti lungo traiettorie non circolari chiuse, per esempio ellittiche? Basterebbe tracciare i due diametri dell'ellisse per identificarne quattro parti attuali, le estremità di ognuna delle quali coincidono con delle estremità di un'altra. Si dovrebbe ancora dire che uno spostamento lungo una tale traiettoria non può essere continuo in quanto si arresta necessariamente agli estremi dei suoi diametri? O perfino che si arresta in ogni punto della traiettoria perché in ogni punto esso cambia direzione, mentre non è così nel caso di uno spostamento circolare, che, invece, non cambia mai direzione? Forse. Ma questo richiederebbe ammettere che Aristotele fosse nelle condizioni di dover implicitamente sostenere molti argomenti sottili e difficili, che risulterebbero inutili se la definizione (*a'.i*) fosse invece adottata, in quanto basterebbe identificare delle parti attuali nella traiettoria di uno spostamento per negarne la continuità.

Supponiamo quindi che qualcosa non abbia parti attuali, ma che possa essere diviso in parti. Secondo la definizione (*a'.i*), esso sarebbe continuo solo se le parti in cui può venire diviso possono essere linearmente ordinate. Quindi, se si supponesse, per esempio, che una linea o una porzione di materia, quale il ramo considerato sopra, possano essere divisi in punti o in qualche altro tipo di elementi indivisibili, i quali non possano essere linearmente ordinati, ne seguirebbe che tale linea o porzione di materia non sarebbero continue. Ma vi è anche modo di evitare questa conclusione, sostenendo che, per quanto la linea o la porzione di materia possano essere divise in punti o in appropriati elementi indivisibili, questi non sono, propriamente, parti potenziali di tale linea o porzione di materia (e non sarebbero quindi neppure delle sue parti attuali qualora fossero ottenute realizzando effettivamente la divisone in qualche modo). Questa sembra appunto essere l'idea generale soggiacente agli argomenti di Aristotele in *Fisica* VI.1 menzionati qui sopra. E se si ammette questo, sembra che si debba anche ammettere che, per Aristotele, le parti potenziali di qualcosa sono sempre passibili (se rese attuali) di venire linearmente ordinate. Pensare questo sembra, d'altra parte, perfettamente naturale se si accetta che queste parti non sono dei componenti ultimi della cosa (ciò che le renderebbe di fatto attuali), ma porzioni di essa che possono venire identificate realizzando successive divisioni.

Ne seguirebbe che ciò che rende qualcosa continuo, per Aristotele, è solo il fatto che questo qualcosa non ha parti attuali, ma ha parti potenziali, ovvero che esso è «attualmente indiviso», ma non «potenzialmente indiviso» (*De anima*, 430b6), ovvero, per così dire, se esso è intrinsecamente uno, pur essendo divisibile. Ciò si accorda assai bene con quanto Aristotele osserva subito dopo aver dato la sua definizione e averla commentata in *Fisica* 227a13-15 come detto sopra: «E come allora il continuo diviene uno [ἐν], così l'intero sarà uno, ad esempio per una congiunzione o per la colla, per il contatto, o per l'unione organica» (*Fisica* 227a15-17).

Resterebbe tuttavia aperto il problema di fornire delle condizioni appropriate per l'essere intrinsecamente uno di ciò che è divisibile. In molti dei suoi argomenti attinenti alla continuità, Aristotele sembra dare per scontato che qualcosa è parte (attuale) di qualcos'altro, che, a causa di questo, non può essere continuo. E dalla sua stessa definizione di continuità, comunque intesa, consegue che identificare degli intervalli di qualche natura, conduce a identificare una discontinuità, e quindi un'assenza di unità intrinseca. Ma Aristotele non fornisce nessuna condizione generale. Intesa come in (*a'.i*), la sua definizione della continuità non offre, quindi, che un'analisi logica generale: secondo questa definizione, dire che qualcosa è continuo è solo un modo per dire che questo qualcosa è divisibile, ma non diviso in parti attuali, senza dire che cosa faccia sì che qualcosa sia diviso in parti attuali o non lo sia, ovvero sia intrinsecamente uno. La continuità, quindi, appare come una proprietà o condizione primitiva che può essere solo elucidata, suggerendone eventualmente delle illustrazioni esemplari, ma che non può essere, in senso stretto, compiutamente definita.

A me pare che questa conseguenza non sia per nulla riprovevole. Anzi essa corrisponde all'idea che la continuità è una condizione originaria e primitiva di alcune cose che esistono, o meglio di ogni cosa che esiste come una sola cosa indivisa, e, come tale, può essere elucidata, ma non propriamente definita: un'idea che si adatta perfettamente all'evoluzione della matematica dopo Aristotele e prima di Dedekind. Con quest'ultimo nasce, infatti, un'idea del tutto estranea alla matematica precedente: quella del continuo come oggetto astratto a sé stante, che il matematico definisce o (a credere a quello che ci dice Dedekind, in un contesto diverso) crea liberamente. Se questa idea appare oggi a noi come perfettamente naturale, non ci si dovrebbe stupire che per più di duemila anni non lo sia affatto stata.

Riferimenti bibliografici

D. Bostok, «Aristotle on continuity of *Physics* VI», in L. Judson (ed.) *Aristotle's Physics: A Collection of Essays*, Clarendon Press, Oxford, 1991, pp. 179-212 (ripubblicato in D. Bostok, *Space, Time, Matter, and Form. Essays on Aristotle's Physics*, Oxford U.P., Oxford-New York, 2006, pp. 158-188).

I. Düring, *Aristoteles. Darstellung und Interpretation seines Denkens*, Carl Winter Universitätsverlag, Heidelberg, 1966.

T.L. Heath, *Mathematics in Aristotle*, Oxford UP, Oxford, 1949.

G. Helmann & S. Shapiro, «Towards a point-free account of the continuous», *Iyyun* 61, 2012, pp. 263-287.

G. Helmann & S. Shapiro, «The classical continuum without points», *Review of Symbolic Logic* 6, 2013, pp. 488-512.

M. Panza, *La statua di Fidia. Analisi filosofica di una teoria matematica: il calcolo delle flussioni*, Unicopli, Milano, 1989.

M. Panza, «De la continuité comme concept au continu comme objet mathématique», in J.-M. Salanskis et H. Sinaceur (éd.), *Le Labyrinthe du continu*, Springer-France, Parigi, 1992, pp. 16-30.

W.D. Ross, *Aristotle's Physics*, Clarendon Press, Oxford, 1936.